

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
уравнений в частных производных
и теории вероятностей



А.В. Глушко
25.05.2023г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.16 Математика

1. Код и наименование специальности: 21.05.02 Прикладная геология
2. Специализация: Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых
3. Квалификация выпускника: горный инженер-геолог
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: Садчиков Павел Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета
Протокол № 0500-06 от 25.05.2023
8. Учебный год: 2023/ 2024 Семестр(ы): 1,2

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цель изучения курса «Математика» – использование в профессиональной деятельности выпускника, профессиональной коммуникации и межличностном общении знаний основных понятий математики и методов построения математических моделей при решении профессиональных задач.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- 1) формирование представления о роли и месте математики в современном мире, мировой культуре и истории;
- 2) формирование умений применять математические методы при решении типовых профессиональных задач;
- 3) формирование и развитие навыков математического мышления, принципов математических рассуждений и математических доказательств;
- 4) формирование и развитие навыков построения математических моделей в геологических исследованиях.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части Блока 1.

Приступая к изучению данной дисциплины, студенты должны иметь теоретическую и практическую подготовку по основам математики, которые изучаются в рамках программы общеобразовательной школы.

Учебная дисциплина «Математика» является предшествующей для следующих дисциплин: «Информатика», «Физика», «Математические методы моделирования в геологии».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен применять основные положения фундаментальных естественных наук и научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и воспроизводству минерально-сырьевой базы	ОПК-3.3	Применяет базовые знания естественно-научного цикла при решении стандартных профессиональных задач	<p>Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии</p> <p>Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения</p> <p>Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 8 / 288.

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 1 семестр, Экзамен – 2 семестр

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			1 семестр	2 семестр
Контактная работа		126	72	54
в том числе:	лекции	58	36	22
	практические	68	36	32
	лабораторные	-	-	-
	курсовая работа	-	-	-
Самостоятельная работа		126	72	54
Промежуточная аттестация		36	-	36
Итого:		288	144	144

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Линейная алгебра	Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5291
		Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	
		Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с тремя неизвестными.	
1.2	Аналитическая геометрия на плоскости	Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности.	
		Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.	
		Общий вид уравнения прямой на плоскости. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме.	
		Полярные координаты. Кривые второго порядка.	
		Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.	

1.3	Введение в анализ	<p>Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ.</p>	
		<p>Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Лемма «о двух милиционерах». Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.</p>	
		<p>Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей. Теорема о частном сходящихся последовательностей. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностях. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e.</p>	
		<p>Функция. Обратная функция. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах функции. Сравнение бесконечно малых.</p>	
		<p>Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.</p>	
1.4	Дифференциальное исчисление	<p>Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Таблица производных.</p>	
		<p>Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Дифференцирование арифметических выражений. Производная суперпозиции. Геометрический смысл производной и дифференциала.</p>	
		<p>Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья.</p>	
		<p>Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена.</p>	
		<p>Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции. Признак монотонности функции.</p>	
		<p>Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке.</p>	

1.5	Интегральное исчисление	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
		Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.
		Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
		Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле.
		Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.
1.6	Функции нескольких переменных	Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение.
		Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях.
		Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции.
		Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
1.7	Ряды	Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.
		Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница.
		Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
1.8	Дифференциальные	Обыкновенные дифференциальные

	уравнения	уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.	
2.Практические занятия			
2.1	Линейная алгебра	<p>Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Определители. Свойства определителей.</p> <p>Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.</p> <p>Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера для системы двух линейных уравнений с тремя неизвестными.</p>	
2.2	Аналитическая геометрия на плоскости	<p>Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности.</p> <p>Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов.</p> <p>Общий вид уравнения прямой на плоскости. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме.</p> <p>Полярные координаты. Кривые второго порядка.</p>	
2.3	Введение в анализ	<p>Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ.</p> <p>Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Бесконечно малая последовательность. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e.</p> <p>Функция. Обратная функция. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах функции.</p> <p>Первый замечательный предел. Второй</p>	

		<p>замечательный предел. Сравнение бесконечно малых.</p> <p>Односторонние пределы функций. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва функции. Свойства непрерывных функций.</p>
2.4	Дифференциальное исчисление	<p>Производная функции. Дифференциал функции. Таблица производных.</p> <p>Логарифмическая производная. Производная обратной функции. Дифференцирование арифметических выражений.</p> <p>Производная суперпозиции. Геометрический смысл производной и дифференциала.</p> <p>Правило Лопиталя.</p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена.</p> <p>Применение производной к исследованию функций. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке.</p>
2.5	Интегральное исчисление	<p>Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Метод замены переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Интегралы от иррациональных выражений</p> <p>Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование тригонометрических функций</p> <p>Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Метод замены переменной в определенном интеграле.</p> <p>Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственный интеграл. Признак сходимости несобственных интегралов.</p>

2.6	Функции нескольких переменных	Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях.
		Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции.
		Производная по заданному направлению. Градиент функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
2.7	Ряды	Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Знакоположительные ряды. Признаки сходимости числовых рядов. Обобщенный гармонический ряд.
		Знакопеременный ряд. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница.
		Степенной ряд. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
2.8	Дифференциальные уравнения	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Линейная алгебра	6	8		18	32
2	Аналитическая геометрия на плоскости	8	8		18	34
3	Введение в анализ	10	10		18	38
4	Дифференциальное исчисление	12	10		18	40
5	Интегральное исчисление	8	16		16	40
6	Функции нескольких	8	8		16	32

	переменных					
7	Ряды	6	8		12	26
8	Дифференциальные уравнения	0	0		10	10
	Итого:	58	68		126	252

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Математика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

5. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на кафедральном сайте <http://www.kuchp.ru>.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 34 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Математика» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольные работы, выполнение домашних и практических заданий).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям (1 семестр – зачет, 2 семестр – экзамен).

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (1 семестр – зачет, 2 семестр – экзамен).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев А. А. Основы высшей математики / А. А. Туганбаев . — Москва : Лань, 2011 .— 490 с. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2036 .
2	Вдовин А. Ю. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учеб. пособие / А. Ю. Вдовин .— Москва : Лань, 2009. — URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=45 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Шипачев, В. С. Начала высшей математики [Электронный ресурс] / Шипачев В. С. — 5-е, стереотипное .— Санкт-Петербург : Лань, 2013 .— 384 с. - <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5713 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	http://eqworld.ipmnet.ru – интернет-портал, посвященный уравнениям и методам их решений
2	http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ
3	http://www.kuchp.ru – электронный сайт кафедры уравнений в частных производных и теории вероятностей, на котором размещены методические издания
4	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
5	Электронный курс Курс: Б1.Б.05 Математика (vsu.ru)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Безручкина Л.В. Линейная алгебра. Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 44 с. - Files-VvEMPZAD8h.pdf (kuchp.ru)
2	Безручкина Л.В. Элементы векторной алгебры Теория, задания и методические указания / Л.В. Безручкина, Н.А. Митягина, П.В. Садчиков. – Воронеж : ВГПУ, 2014. – 52 с. - Files-s4Vkn72tQ.pdf (kuchp.ru)
3	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Кривые второго порядка» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с. - Files-DsEUW7e7Ml.pdf (kuchp.ru)
4	Логинава Е.А. Вычисление пределов, вычисление производных функции одного переменного / Е.А. Логинава. – Воронеж : ВГПУ, 2015. – 36 с. - Microsoft Word - Логинава Е.А.Вычисление пределов макет (kuchp.ru)
5	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Векторы. Прямая на плоскости» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2016. – 40 с. - Files-Y731luW6M0.pdf (kuchp.ru)
6	Баркова Л.Н. Неопределенные интегралы: теория, задания и методические указания / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ, 2017. – 54 с. - Files-nnhYjd662S.pdf (kuchp.ru)
7	Баркова Л.Н. Теория, задания и методические указания по разделу «Определенный интеграл, несобственный интеграл» / Л.Н. Баркова, Л.В. Безручкина. – Воронеж : ВГПУ,

	2017. – 40 с. - Files-tawj2attWE.pdf (kuchp.ru)
8	Садчиков П.В. Дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие / сост. : П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .— 34 с. - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m16-245.pdf >.
9	Безручкина Л.В. Частные производные функции нескольких переменных: учебно-методическое пособие / Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2019 . - <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-03.pdf >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5291>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Линейная алгебра	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №2
3	Введение в анализ	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №3
4	Дифференциальное исчисление	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №3
5	Интегральное исчисление	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №4
6	Функции нескольких переменных	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №5
7	Ряды	ОПК - 3	ОПК-3.3	Домашние задания, тестовые задания, контрольная работа №6
8	Дифференциальные уравнения	ОПК - 3	ОПК-3.3	Устный опрос
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачет, экзамен				Перечень вопросов к зачету, экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Домашние задания:

Тема «Элементы линейной алгебры»

1. Решить систему
$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

2. Посчитать определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

3. Найти обратную матрицу $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

4. Найти значение матричного многочлена $f(x) = x^2 + 3x - 1$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Дано $\vec{a} = \{3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 1\}$. Найти $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $2\vec{a}$; $\frac{1}{2}\vec{b}$

2. Вычислить длину вектора \overline{AB} , если даны точки $A(-3; 5)$ и $B(1; -3)$

3. Найти квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$, если известно $\vec{a} = (2; 6)$; $\vec{b} = (8; 4)$

4. Найти скалярное произведение векторов \overline{AB} и \overline{BC} , если $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$

5. Даны три вершины треугольника $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти угол $\sphericalangle ABC$.

6. Найти полярные координаты точки $M(1; -\sqrt{3})$

7. Найти прямоугольные координаты точки A , полярные координаты которой $A\left(-3; \frac{5\pi}{4}\right)$

Тема «Линии первого порядка. Различные виды уравнения прямой»

1. Написать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3; 5)$ и $B(6; 0)$

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 6)$ параллельно и перпендикулярно прямой $2x - 3y + 6 = 0$

3. Определить угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$

4. Показать, что прямые $3x - 5y + 7 = 0$ и $10x + 6y - 3 = 0$ перпендикулярны

5. Показать, что прямые $2x - 3y + 1 = 0$ и $4x - 6y - 5 = 0$ параллельны

6. Дан треугольник ABC с координатами $A(-2; 4)$; $B(3; 5)$; $C(-6; -8)$. Найти уравнение стороны AC ; уравнение высоты BH ; уравнение медианы AM ; уравнение прямой, проходящей через вершину C , параллельно стороне AB ; площадь треугольника ABC

Тема «Кривые второго порядка»

1. Написать уравнение окружности с центром в точке $O(2; -3)$ и радиусом, равным 6

2. Показать, что $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ является уравнением окружности. Найти ее центр и радиус

3. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$

4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$

5. Дано уравнение $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти длины его полуосей, координаты фокусов, эксцентриситет эллипса

6. Дано уравнение $5x^2 - 4y^2 = 20$. Доказать, что это гипербола. Найти ее характеристики. Сделать чертеж

7. Составить каноническое уравнение гиперболы, если а) $2c = 10$, $a = 3$ б) $c = 3$, $\varepsilon = 1,5$

8. Парабола $y^2 = 2px$ проходит через точку $A(2; 4)$ Определить ее параметр p

9. Дана кривая $y^2 - 2y + 4x + 9 = 0$. Доказать, что данная кривая – парабола

Тема «Последовательность. Пределы»

1. Написать первые четыре члена последовательности $\{x_n\}$, если $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
2. Зная несколько членов последовательности $\{x_n\}$, написать формулу общего члена
 $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = \frac{1}{5}, x_4 = \frac{1}{7}, \dots$
3. Написать последовательность $\alpha x_n + \beta y_n$, если $x_n = (\sqrt{2})^n, y_n = 1, \alpha = \sqrt{2}, \beta = -5$
4. Вычислить последовательность $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$
5. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right)$
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$
7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$
8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

Тема «Производная функции»

1. Таблица производных
 2. Вычислить производную $y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x$
 3. Вычислить производную $y = x^2 \sin^2 7x + \arctg \ln x$
 4. Вычислить производную третьего порядка $y = \sin 3x^2$
 5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья :
- а). $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}$; б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$ в). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \arctg x - 5}$

Тема «Неопределенный интеграл»

1. Таблица неопределенных интегралов
2. Вычислить $\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^2 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{tg} 5 \right) dx$
3. Вычислить $\int x e^{x^2} dx$
4. Вычислить $\int \cos 5x dx$
5. Вычислить $\int x^2 e^{-x} dx$
6. Вычислить $\int \sin 5x \sin 7x dx$
7. Вычислить $\int \frac{(x^2 - 6x + 8) dx}{x^3 + 8}$
8. Вычислить $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$
9. Вычислить $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$

Тема «Определенный интеграл»

1. Вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$
2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$

3. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 e^{2x} dx$

4. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$

5. Исследовать несобственный интеграл на сходимость, если сходится вычислить значение $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$

Тема «Функции двух переменных»

1. Найти $grad u$ и $|grad u|$: $u = x^2 + y^2$ в точке $M(1; -1)$

2. Найти дифференциал второго порядка функции $z = y^2 \ln x$

3. $z = e^x \cos y$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

4. Найти частные производные второго порядка $z = x^4 + 5x^3 y + 3xy^4 - x + 2y - 8$

5. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$

6. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$

7. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2 y - xy^2$

Тема «Ряды»

1. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$? Ответ обосновать

2. Является ли сходящимся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 9}{n - 3}$? Ответ обосновать.

3. Является ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ абсолютно сходящимся? Ответ обоснуйте.

4. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{5n}$

5. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n x^{3n}}{5n+17}$.

6. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^n$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$

7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Тестовые задания

Тема: «Элементы линейной алгебры»

1. Определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ равен: а) -201 б) 210 в) 204

2. Какая из следующих матриц будет размером 2×3 : а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 8 & -2 \\ 4 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$. Их суммой будет матрица

а) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 12 & 4 \\ 6 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ б) $A+B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 12 & 4 \end{pmatrix}$ в) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 12 \\ 6 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, тогда матрица $\frac{A}{2}$ будет выглядеть так:

а) $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 0 & 20 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

5. Пусть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, тогда $A \cdot B$ равно: а) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

7. Матрица, транспонированная к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, будет выглядеть так:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

«Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Даны точки $A(-4;5)$ и $B(1;-3)$. Вектор \overline{AB} будет иметь координаты а) $\{3;4\}$ б) $\{5;-8\}$ в) $\{-5;8\}$

2. Какие из векторов коллинеарны $\vec{a} = \{1;2\}$; $\vec{b} = \{4;8\}$, $\vec{c} = \{5;9\}$: а) \vec{a} и \vec{b} б) \vec{a} и \vec{c} в) \vec{c} и \vec{b}

3. Скалярное произведение векторов $\overline{AB} = (5;1)$ и $\overline{BC} = (-9;-13)$ равно: а) 56 б) -58 в) $\cos \frac{\pi}{6}$

4. Длина вектора \vec{a} равна 2; вектора \vec{b} равна 3; угол между векторами равен $\frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно: а) 1 б) 3 в) -3 г) 0

Тема «Линии первого порядка. Различные виды уравнения прямой»

1. Прямые $y = kx + 1$ и $2x + y - 11 = 0$ перпендикулярны при k , равном:

а) -0,5 б) 2 в) -2 г) 0,5

2. Если прямая задана общим уравнением $6x + 2y - 7 = 0$, то ее угловой коэффициент равен:

а) 3 б) $-\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{3}$ г) -3

3. Угловой коэффициент прямой, перпендикулярной к прямой $3x - y - 2 = 0$, равен:

а) 3 б) -3 в) -0,5 г) 1

4. Длина вектора \vec{a} равна 2; вектора \vec{b} равна 3; угол между векторами равен $\frac{\pi}{3}$. Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно: а) 1 б) 3 в) -3 г) 0

Тема «Кривые второго порядка»

1. Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ равен: а) 0,6 б) 20 в) 0,75 г) 1,25

2. Центр окружности $x^2 - 2x + y^2 + 2y + 1 = 0$ находится в точке:

а) $D(-1; 1)$ б) $D(1; 1)$ в) $O(1; -1)$ г) $O(-1; -1)$

3. Эксцентриситет эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ равен 0,8 при a равном:

а) 2,4 б) $\frac{4}{15}$ в) 3,75 г) 5

4. Радиус окружности $x^2 - 2x + y^2 + 4y = 4$ равен: а) 2 б) 1 в) 3 г) 4

Тема «Последовательность. Пределы»

1. Общий член числовой последовательности $1; \frac{4}{6}; \frac{5}{9}; \dots$ имеет вид:

а) $a_n = \frac{4n-1}{3n}$; б) $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$; в) $a_n = (-1)^{n+1} \frac{4n-1}{3n}$; г) $a_n = \frac{n+2}{3n}$

2. Пятый член числовой последовательности $2; \frac{3}{4}; \frac{4}{9}; \dots$ равен а) $\frac{7}{25}$ б) $\frac{5}{16}$ в) $\frac{1}{5}$ г) $\frac{6}{25}$

3. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4-n^2}{3+n^2}$ равен а) -1 б) 1 в) 0

4. Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$ равен а) 1 б) 5 в) 0

5. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$ равен а) 0 б) 1 в) 4 г) -4

6. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}$ равен а) 0 б) 4 в) 2

7. Предел последовательности $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$ равен а) e^5 б) e в) $\frac{1}{e^5}$

Тема «Производная функции»

1. Производная функции $y = \sin 3x$ равна а) $\cos 3x$ б) $3 \cos 3x$ в) $-3 \cos 3x$ г) $-\cos 3x$

2. Производная функции $f(x) = e^x \cos 2x$ равна:

а) $e^x \sin 2x$ б) $e^x + \sin 2x$ в) $e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x)$ г) $e^x (\cos 2x - 2 \sin 2x)$

3. Производная функции $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x=2$ равна: а) -1 б) $\frac{1}{16}$ в) $-\frac{1}{16}$ г) $\frac{1}{4}$

4. Производная функции $f(x) = \arctg 2x$ при $x=1$ равна: а) 1 б) $\frac{1}{2}$ в) $\cos 1 - \sin 1$ г) $\frac{1}{2} \cos 1 - \sin 1$

5. Производная функции $f(x) = \sqrt{1+3x}$ равна: а) $(1+3x)^2$ б) $\frac{1}{2\sqrt{1+3x}}$ в) $\frac{3}{2\sqrt{1+3x}}$ г) $-(1+3x)^{\frac{3}{2}}$

Тема «Неопределенный интеграл»

1. $\int dx$ равен ... а) C б) 0 в) $x^2 + C$ г) $x + C$

2. $d \int f(x) dx$ - дифференциал неопределённого интеграла равен ...

1. $F(x)$ 2. $f(x) dx$ 3. $F(x) dx$ 4. $f(x)$

($F(x)$ - первообразная функции $f(x)$).

3. Известно, что $F(x)$ - первообразная функции $f(x)$. Тогда неопределённым интегралом $\int f(x) dx$ называется ...

1) первообразная $F(x)$ 2) сумма $F(x) + f(x)$ 3) совокупность всех первообразных $F(x) + C$
4) совокупность всех функций вида $f(x) + C$

C - произвольная постоянная.

4. $\int (3 - x^2) dx$ равен ... 1. $3 - \frac{x^3}{3} + C$ 2. $3x - x^2 + C$ 3. $3x - \frac{x^3}{3} + C$ 4. $3x + \frac{x^3}{3} + C$

5. $\int e^{2x-9} dx$ равен ... 1. $e^{2x-9} + C$ 2. $\frac{1}{2} e^{x-9} + C$ 3. $\frac{1}{2} e^{2x-9} + C$ 4. $2e^{2x-9} + C$

6. Вычисление $\int 2xe^{x^2} dx$ сводится к вычислению табличного интеграла следующей заменой переменной

интегрирования... 1. $x = t$ 2. $t = \sqrt{x}$ 3. $t = x^2$ 4. $t = \frac{1}{x}$

7. $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$ равен ... 1. $-\frac{1}{2 \sin^2 x} + C$ 2. $-\frac{1}{2 \cos^2 x} + C$ 3. $\frac{\sin^3 x}{3} + C$ 4. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

Тема «Определенный интеграл»

1. $\int_0^{\pi} x \cos x dx$ равен ... 1) 0 2) -2 3) $\pi - 2$ 4) π

2. Несобственный интеграл $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ равен ... 1) 0 2) 1 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) -1

3. Интеграл $\int_a^a f(x) dx$ равен ... 1. 0 2. a 3. $2a$ 4. $-a$

4. Интеграл $\int_1^2 x^2 dx$ равен... а) 3 б) 7 в) $\frac{3}{7}$ г) $\frac{7}{3}$
5. Интеграл $\int_1^5 \frac{7dx}{x}$ равен ... а) $7 \ln 5 + C$ б) $7 \ln 5$ в) $5 \ln 7 + C$ г) $5 \ln 7$
6. Интеграл $\int_a^b u dv$ равен а) $uv - \int_a^b v du$ б) $uv|_a^b - \int_a^b v du$ в) $uv|_a^b + \int_a^b v du$ г) $uv + \int_a^b v du$

Тема «Функции двух переменных»

1. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции двух переменных $z = x^4 - 4y^4$ равна
а) $4x^3 - 16y^3$ б) $4x^3$ в) x^3 г) $-16x^2$
2. Частная производная $\frac{\partial z(x, y)}{\partial y}$ функции двух переменных $z = 3x^2 y$ равна
а) $6x$ б) $4x^2$ в) $6xy + 3x^2$ г) $-16y^2$
3. Значение $\frac{\partial z(x, y)}{\partial x}$ функции $z = 3x^2 y$ в точке $M(1; 4)$ равно а) 3 б) 24 в) 45 г) 8
4. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции двух переменных $z = y^2 - 3x^2 + 2xy$ равно... а) $6x$ б) $2xy$ в) -6
5. Дифференциал функции $z = 2xy^2$ равен ...
а) $dz = 2y^2 dx + 4xy dy$ б) $dz = xy^2 dx + y dy$ в) $dz = 2xy dx + 4xy dy$
6. Дифференциал функции двух переменных $z = 3x + 2y$ имеет вид
а) $dz = 3dx$ б) $dz = 3dx + 2dy$ в) $dz = dx + dy$

Тема «Ряды»

1. Ряд $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ является: а) сходящимся б) расходящимся
2. Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ сходится, а $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ – его частичная сумма, то:
а) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$ б) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$ в) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n < S$ г) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n > S$
3. Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ существует и отличен от нуля б) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ не существует в) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ существует и равен нулю
4. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Если при всех $n \in \mathbb{N}$ выполнены оценки $a_n \leq b_n$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$:
а) является сходящимся б) является расходящимся в) может быть как сходящимся, так и расходящимся
5. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется условно сходящимся, если: а) ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ расходится
б) и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ - сходятся в) ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ - расходятся
6. Областью сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ является а) $(-\infty; 0]$ б) $(-\infty; +\infty)$ в) $[0; +\infty)$ г) $(-1; 1)$
7. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ равен а) 1 б) 5 в) $+\infty$
8. Установите соответствие между знакопеременными рядами и видами их сходимости.

1	Абсолютно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 4}$	1
---	--------------------	----------------------------------------------	---

2	Условно сходится	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$	2
3	Расходится	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln n$	3

9. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ равен 16. Тогда интервал сходимости имеет вид... а)
 (-16;16) б) (-16;0) в) (0;16) г) (-8;8)

Примерный перечень задач для контрольных работ:

1. Решить систему а) методом Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом

$$\begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ 4x - 2y + z = 15 \\ -x - y + 4z = -1 \end{cases}$$

2. Посчитать определитель $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 & 2 \\ -5 & 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

1. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , построенных по векторам \vec{p} и \vec{q} , если известны длины векторов \vec{p} и \vec{q} и угол между ними

$$\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 1, \quad \left(\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}, \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}\right) = \frac{\pi}{4}$$

2. Векторы \vec{c} и \vec{d} построены по данным векторам \vec{a} и \vec{b} . Выясните, являются ли векторы \vec{c} и \vec{d} коллинеарными, ортогональными?

$$\vec{a} = (1; -2), \quad \vec{b} = (3; 0), \quad \vec{c} = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$$

3. Треугольник ABC задан координатами вершин: $A(-1;1)$; $B(-5;3)$; $C(1;5)$. Найти: а) площадь треугольника; б) уравнение высоты треугольника BH ; в) длину медианы AM ; г) косинус угла C

4. Уравнения, задающие линии второго порядка, привести к каноническому виду; определить тип линии: а) $5y^2 = 30x$; б) $81x^2 + 225y^2 = 18225$.

- Найти: а) центр кривой; б) эксцентриситет; в) уравнение(я) директрис(ы); г) координаты фокуса(ов)

5. Найдите уравнение прямой, проходящей через точки A и B . Преобразуйте полученное уравнение к виду

а) общему, б) в отрезках, в) с угловым коэффициентом $A(-1;2)$; $B(4;-6)$

6. Найти уравнения прямых, проходящих через точку A , одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна данной прямой $A(3;4)$; $-4y + 3x - 3 = 0$

1. Вычислить пределы без использования правила Лопитала

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n^3 - 2n - 1}{4n^2 - 2n^3 + \frac{1}{5}n^5 + 5}$ 2. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$ 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 7x}{7 \sin 3x}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{6x} \right)^{3x}$

2. Найти производные функций, используя правила вычисления производных

$$1. y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 5x \quad 2. y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^4} + x^5 \sin 6x \quad 3. y = 7^{5x} \sin^2 x + \frac{1}{2} e^{\cos^2 x}$$

$$4. y = x(\cos \ln 2x + \sin \ln^4 3x) \quad 5. y = \arccos^3 \frac{1}{\sqrt{x}} - 3^{2x^5}$$

3. Вычислить предел с помощью правила Лопиталья

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 2x + 15}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}} \quad 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2 \arctg x - 5}$$

$$1. \int \left(\frac{3x + 2x^2 \sin x}{x^2} + \sqrt{x} \right) dx \quad 2. \int \left(\frac{1}{5-3x} + \frac{6}{5 \cos^2 x} \right) dx \quad 3. \int (2x-5) \cos \frac{x}{4} dx$$

$$4. \int \frac{4x+8}{(x+3)(x+7)} dx \quad 5. \int_1^4 (\sqrt{x} - x^4) dx$$

1. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^x \sin 3y$

2. Найти экстремум следующей функции $z = xy - x^2 y - xy^2$

1. Исследовать ряд на сходимость:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2 + 1} \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{3n} \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+6}$$

2. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (x-3)^n$

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля: определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;

2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.

3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных работ.

В ходе контрольных работ №1-5 обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем из двух заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 90 минут

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично», которые формируются следующим образом:

Контрольная работа №1 – «удовлетворительно» за 50% решенных задач КИМ, «хорошо» за 75% решенных задач КИМ, «отлично» за 100% решенных задач КИМ.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проводится в форме зачета и экзамена.

При промежуточной аттестации 1 семестра уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками **«зачтено»** и **«незачтено»**, которые формируются следующим образом:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.</p> <p>Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров (60%) Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>	«зачтено»
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	«Не зачтено»

Перечень вопросов к зачету:

1. Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица
2. Определители. Свойства определителей
3. Системы линейных уравнений
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Теорема о совместности ступенчатой системы линейных уравнений. Теорема об определенности совместной ступенчатой системы линейных уравнений. Теоремы об эквивалентности двух систем линейных уравнений (без доказательств)
5. Правило Крамера для системы линейных уравнений с двумя неизвестными
6. Правило Крамера для системы линейных уравнений с тремя неизвестными
7. Введение координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении
8. Понятие об уравнении кривой. Уравнение окружности
9. Вектор. Абсолютная величина и направление вектора. Координаты вектора
10. Сложение векторов.
11. Умножение вектора на число
12. Коллинеарные векторы.
13. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
14. Скалярное произведение векторов
15. Общий вид уравнения прямой на плоскости

16. Расположение прямой относительно системы координат. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение прямой в нормальной форме
17. Полярные координаты
18. Кривые второго порядка
19. Множества. Операции над множествами. Свойства операций над множествами
20. Понятие счетного множества. Теория вещественных чисел
21. Ограниченные множества. Свойства верхних и нижних границ
22. Числовая последовательность. Предел последовательности. Лемма о двух милиционерах
23. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
24. Теорема о сумме и произведении сходящихся последовательностей
25. Теорема о частном сходящихся последовательностей.
26. Теорема о произведении бесконечно малой и ограниченной последовательностях
27. Бесконечно большая последовательность. Монотонные последовательности. Число e
28. Функция. Обратные функции. Суперпозиция функций. Предел функции. Теоремы о пределах
29. Сравнение бесконечно малых. Односторонние пределы функций
30. Непрерывные функции. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций
31. Производная функции. Дифференциал функции. Теорема о дифференцируемости функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью
32. Таблица производных. Логарифмическая производная.
33. Производная обратной функции
34. Дифференцирование арифметических выражений
35. Производная суперпозиции
36. Геометрический смысл производной и дифференциала
37. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя
38. Производные и дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора и Маклорена
39. Применение производной к исследованию функций. Теорема о монотонности дифференцируемой функции
40. Признак монотонности функции
41. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума
42. Первое достаточное условие локального экстремума. Второе достаточное условие экстремума. Экстремум функции, не дифференцируемой в данной точке

Перечень вопросов к экзамену:

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
2. Таблица неопределенных интегралов
3. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле
4. Метод замены переменной в неопределенном интеграле
5. Определенный интеграл.
6. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Метод замены переменной в определенном интеграле
8. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле
9. Геометрические приложения определенного интеграла
10. Несобственные интегралы. Признак сходимости несобственных интегралов
11. Вектор. Векторное пространство. Векторное произведение
12. Функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Теоремы о пределах
13. Непрерывность функции нескольких переменных. Теоремы о непрерывных функциях
14. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Полный дифференциал
15. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции
16. Производная по заданному направлению. Градиент
17. Частные производные и дифференциалы высших порядков
18. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума
19. Числовой ряд. Сходимость числового ряда. Свойства числовых рядов

20. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Знакоположительные ряды. Теорема о связи сходимости знакоположительного ряда и ограниченности последовательности частичных сумм ряда
21. Первый признак сравнения
22. Второй признак сравнения. Признак Коши. Признак Даламбера. Интегральный признак
23. Обобщенный гармонический ряд
24. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов
25. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус и область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов
26. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена
27. Ряд Фурье и его свойства. Ряд Фурье с периодом $2l$
28. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Уравнения первого порядка. Задача Коши, частное и общее решения.
29. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения.
30. Уравнения второго порядка. Линейные однородные уравнения второго порядка.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» во 2 семестре проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольных работ. Для получения допуска к экзамену у студента должны быть сданы все контрольные работы на практических занятиях.

При проведении экзамена учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Обучающийся не владеет основами учебно-программного материала, обнаружил пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий.	«Неудовлетворительно»
Обучающийся владеет знаниями основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент знает все определения по контрольно-измерительному материалу и может решить хотя бы один практический пример	"Удовлетворительно"
Обучающийся полностью владеет знаниями учебно-программного материала, успешно выполнил	"Хорошо"

<p>предусмотренные в программе задания, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному. Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно и в полном объеме ответил на все теоретические вопросы билета, но допустил погрешности в практических примерах</p>	
<p>Оценка «отлично» выставляется обучающимся, обнаружившим всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоившему основную программу и знакомому с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется, если студент в полном объеме и правильно ответил на все вопросы контрольно-измерительного материала (как на теоретическую, так и на практическую части)</p>	<p>"Отлично"</p>

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ОПК-3 Способен применять основные положения фундаментальных естественных наук и научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и воспроизводству минерально-сырьевой базы

ОПК-3.3 Применяет базовые знания естественно-научного цикла при решении стандартных профессиональных задач

Знать: основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии

Уметь: применять математические методы при решении типовых профессиональных задач, использовать возможности вычислительной техники и программного обеспечения

Владеть: методами построения математических моделей при решении профессиональных задач

Тестовые задания

1. Каким из способов можно найти решение любой системы уравнений?

- а) Методом Крамера,
- б) матричным способом,
- в) методом Гаусса
- г) методом Пуанкаре

2. Вторым замечательным пределом называется $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. Значение второго замечательного предела равно

- а) 0,
- б) 1,
- в) e ,
- г) e^{-1}

3. Выбрать правильное решение интеграла $\int_0^3 x^2 dx$.

- а) 9,
- б) 8,
- в) 3,
- г) 0

4. Частная производная функции $z = x^2 + 3xy + y^5$ по переменной x , т.е. z'_x равна

- а) $z'_x = 2x + 3y$,
- б) $z'_x = 2y + 3x$,
- в) $z'_x = 2y + 3x + 5y^5$,
- г) $z'_x = 0$.

5. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ или этот предел не существует, то соответствующий числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$$

- а) расходится,
- б) сходится,
- в) не существует,
- г) условно сходится.

6. Уравнение $y = kx + b$ называется _____.

- а) общим уравнением прямой,
- б) уравнением прямой с угловым коэффициентом,
- в) уравнением кривой,
- г) уравнением прямой в нормальной форме.

7. Уравнение $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ называется каноническим уравнением _____

- а) гиперболы,

- б) эллипса,
- в) окружности,
- г) параболы

8. Первым замечательным пределом называется $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Чему равно значение первого замечательного предела?

- а) 0,
- б) e ,
- в) 1,
- г) 10

9. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

- а) 1
- б) 6
- в) 5
- г) -5

10. Вычислить значение функции $(x \sin x)'$ (производной от $x \sin x$) при $x = 0$.

- а) 1
- б) 0
- в) -1
- г) 2

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Направление **21.05.02 Прикладная геология**

Дисциплина **Б1.О.16 Математика**

Специализация **Геологическая съемка, поиски и разведка твердых полезных ископаемых**

Форма обучения **Очная**

Учебный год **2023/2024**

Ответственный исполнитель

Доцент кафедры уравнений

в частных производных
и теории вероятностей

_____ П. В. Садчиков

_____.__ 20__

СОГЛАСОВАНО

Куратор ООП

по направлению

_____.__ 20__

Начальник отдела обслуживания ЗНБ _____

_____.__ 20__

Программа рекомендована НМС математического факультета,
протокол № 0500-06 от 25.05.2023